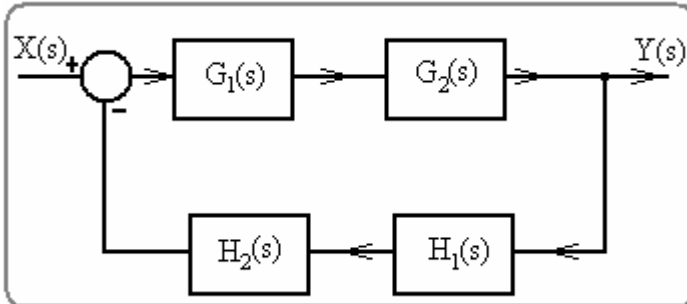


Έστω το σύστημα ελέγχου θερμοκρασίας.

Δίδονται οι συναρτήσεις μεταφοράς του φυσικού συστήματος $G_2(s)$ και των αισθητήρων μέτρησης οι οποίοι είναι στην ανατροφοδότηση $H_1(s)$ & $H_2(s)$.

Ζητείται να υπολογιστεί οι σταθερές του ελεγκτή* $G_1(s)$ ώστε το σύστημα να έχει συντελεστή απόσβεσης $\zeta=0,7$ και ιδιοσυχνότητα χωρίς απόσβεση $\omega_o=10\text{rad/sec}$.



Δεδομένα:

$$G_2(s) = \frac{20}{s - 88}$$

$$H_1(s) = \frac{1}{100}$$

$$H_2(s) = 100 \cdot s + 276$$

Διευκρινήσεις:

- * Η βαθμίδα του ελεγκτή $[G_1(s)]$ είναι της μορφής

$$G_1(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1}$$

- Η δε συνάρτηση του κλειστού συστήματος πρέπει να είναι της μορφής

$$F(s) = \frac{\omega_o^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega \cdot s + \omega_o^2}$$

$$G_1(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1} \equiv \frac{\frac{K}{T}}{s + \frac{1}{T}} \equiv \frac{a}{s + b}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του ανοικτού βρόχου είναι:

$$F(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)} = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot H_1(s) \cdot H_2(s)} = \frac{G_1(s) \cdot \frac{20}{s - 88}}{1 + G_1(s) \cdot \frac{20}{s - 88} \cdot \frac{1}{100} \cdot (100 \cdot s + 276)}$$

$$F(s) = \frac{G_1(s) \cdot 20}{(s - 88) + G_1(s) \cdot 20 \cdot (s + 2,76)} = \frac{G_1(s) \cdot 20}{(s - 88) + G_1(s) \cdot (20 \cdot s + 55,2)}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου είναι:

$$F(s) = \frac{20 \cdot \frac{a}{s+b}}{(s-88) + \frac{a}{s+b} \cdot (20 \cdot s + 55,2)} = \frac{20 \cdot a}{(s-88) \cdot (s+b) + s \cdot 20 \cdot a + 55,2 \cdot a} \Rightarrow$$

$$F(s) = \frac{20 \cdot a}{s^2 + b \cdot s - 88 \cdot s - 88 \cdot b + 20 \cdot a \cdot s + 55,2 \cdot a} = \frac{20 \cdot a}{s^2 + (b - 88 + 20 \cdot a) \cdot s + (55,2 \cdot a - 88 \cdot b)}$$

$$F(s) = \frac{20 \cdot a}{s^2 + (b - 88 + 20 \cdot a) \cdot s + (55,2 \cdot a - 88 \cdot b)} = \frac{100}{s^2 + 14 \cdot s + 100}$$

$$20 \cdot a = 100 \Rightarrow a = 5$$

$$b - 88 + 20 \cdot a = 14 \Rightarrow b - 88 + 100 = 14 \Rightarrow b + 12 = 14 \Rightarrow b = 2$$

$$G_1(s) = \frac{a}{s+b} = \frac{5}{s+2} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2} \cdot s + 1} \Rightarrow$$

$$K = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$T = \frac{1}{2} \text{sec} = 0,5 \text{sec}$$

$$G_1(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1} = \frac{2,5}{0,5 \cdot s + 1}$$

Δεύτερη λύση

$$F(s) = \frac{20 \cdot \frac{K}{T \cdot s + 1}}{(s - 88) + \frac{K}{T \cdot s + 1} \cdot (20 \cdot s + 55,2)} = \frac{20 \cdot K}{(s - 88) \cdot (T \cdot s + 1) + s \cdot 20 \cdot K + 55,2 \cdot K} \Rightarrow$$

$$F(s) = \frac{20 \cdot K}{T \cdot s^2 + s - 88 \cdot T \cdot s - 88 + 20 \cdot K \cdot s + 55,2 \cdot K} = \frac{\frac{20 \cdot K}{T}}{s^2 + \frac{(1 - 88 \cdot T + 20 \cdot K)}{T} \cdot s + \frac{(55,2 \cdot K - 88)}{T}}$$

$$F(s) = \frac{\frac{20 \cdot K}{T}}{s^2 + \frac{(1 - 88 \cdot T + 20 \cdot K)}{T} \cdot s + \frac{(55,2 \cdot K - 88)}{T}} = \frac{100}{s^2 + 14 \cdot s + 100}$$

$$F(s) = \frac{\frac{20 \cdot K}{T}}{s^2 + \frac{(1 - 88 \cdot T + 20 \cdot K)}{T} \cdot s + \frac{(55,2 \cdot K - 88)}{T}} = \frac{100}{s^2 + 14 \cdot s + 100}$$

$$\frac{20 \cdot K}{T} = 100 \Rightarrow \frac{K}{T} = 5 \quad (1) \quad \Rightarrow \frac{K}{T} = 5 \quad (2)$$

$$\frac{(1 - 88 \cdot T + 20 \cdot K)}{T} = 14 \quad (3) \quad \Rightarrow \frac{1}{T} - 88 + 20 \cdot \frac{K}{T} = 14 \quad (4)$$

$$(4) \xrightarrow{(2)} \frac{1}{T} - 88 + 20 \cdot 5 = 14 \Rightarrow \frac{1}{T} + 12 = 14 \Rightarrow \frac{1}{T} = 2 \Rightarrow T = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 0,5 \text{ sec}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{K}{T} = 5 \Rightarrow K = 5 \cdot T = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \Rightarrow K = 2,5$$

$$G_1(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1} = \frac{2,5}{0,5 \cdot s + 1}$$