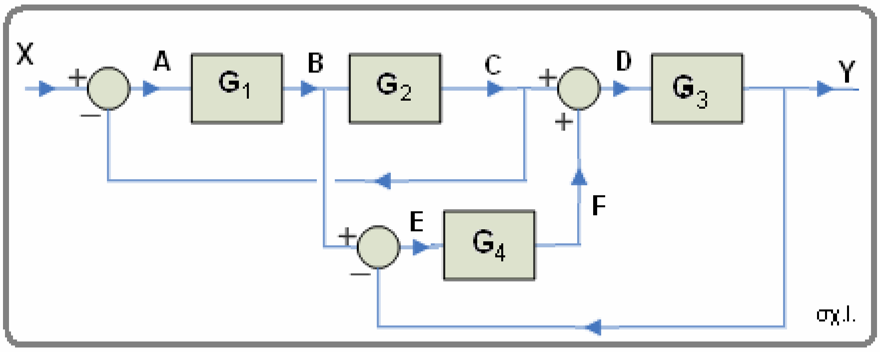
1^{η} Εργασία στα Ευφυή Συστήματα Ελέγχου.

Έστω το σύστημα του επόμενου σχήματος I, όπου

$$G_1(s) = \frac{n^*}{s+2} \qquad G_2(s) = \frac{m^{**}}{s+4} \qquad G_3(s) = \frac{2}{s+4} \qquad G_4(s) = \frac{n^*}{s^2 + 4\cdot s + n^*}$$

να υπολογισθεί

1. *η συνάρτηση μεταφοράς $G_o(s)=Y(s)/X(s)$.*



2. *την τιμή της εξόδου στην μόνιμη απόκριση όταν το σύστημα διεγείρεται από την μοναδιαία βαθμίδα.*
3. *την έξοδο του συστήματος τόσο στο πεδίο του Laplace όσο και στο πεδίο του χρόνου όταν,*

   a. *Η είσοδος $X(s)=U(s)=1/s$*
   b. *Η είσοδος $X(s)=(1/s)\cdot e^{-ns}$ ή $U(t-n^*)=1$ $(n>0)$*

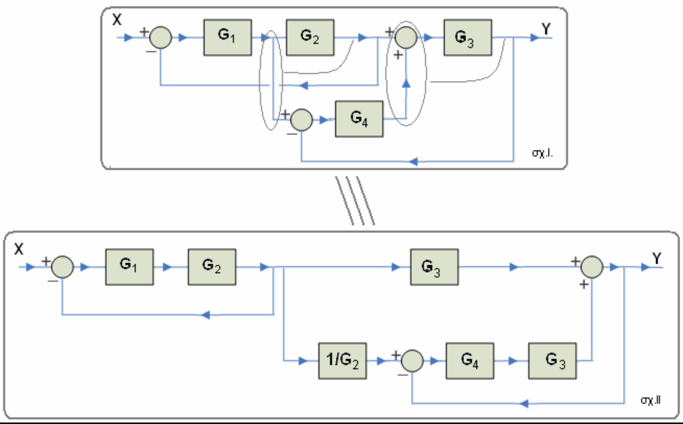
Με την βοήθεια του προγράμματος MatLab επιβεβαιώστε τα ανωτέρω (αποτυπώστε το σύνολο των αποκρίσεων στις εισόδους και εξόδους των βαθμίδων και μελετήστε αυτές καταγράφοντας τα συμπεράσματα σας σημεία A-B-C-D-E-F-Y)

- **n ισούται με τον πλήθος των γραμμάτων του επωνύμου σας.*
- **m ισούται με τον πλήθος των γραμμάτων του ονόματος σας.*

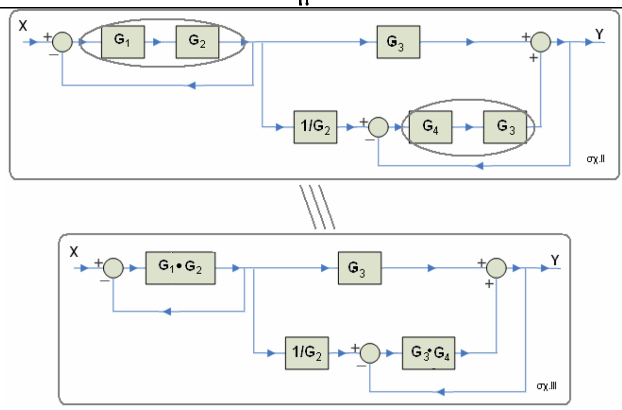
Λύση

1. Με διαδοχικές απλοποιήσεις βρίσκουμε την τελική συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος.

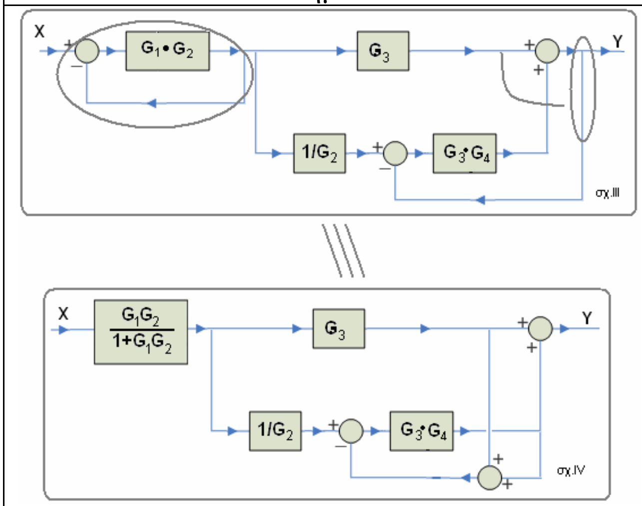
Βήμα 1.



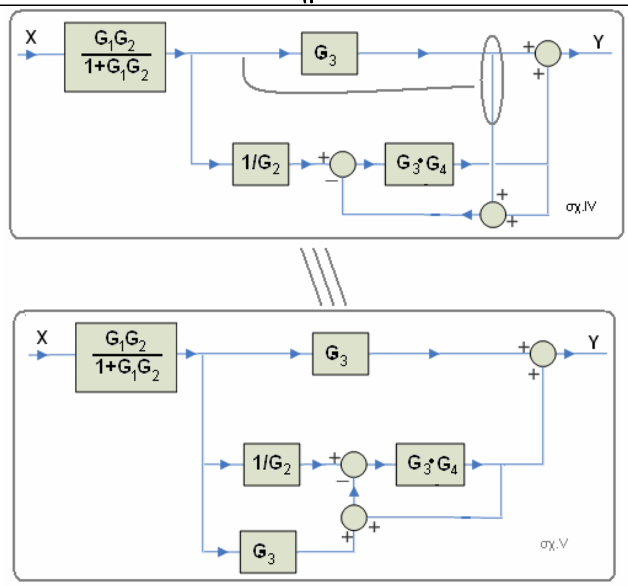
Βήμα 2

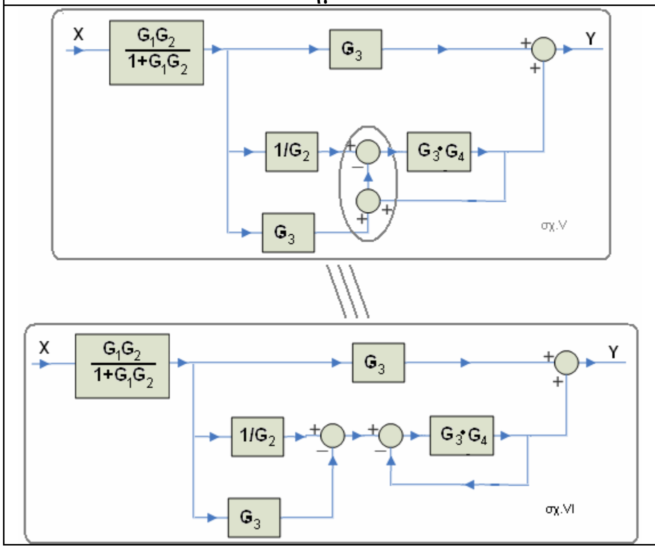
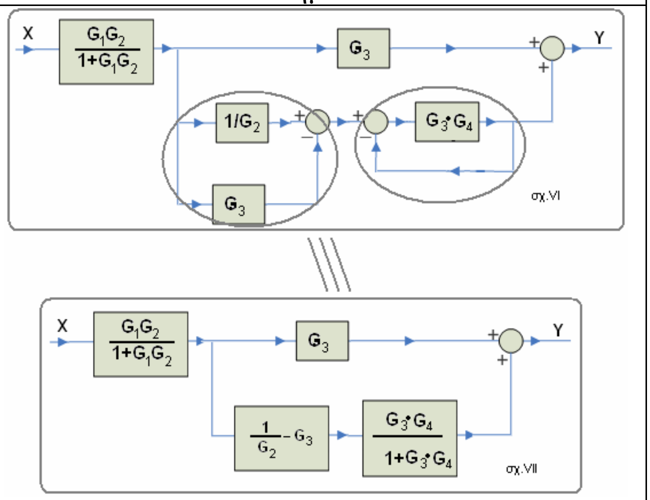


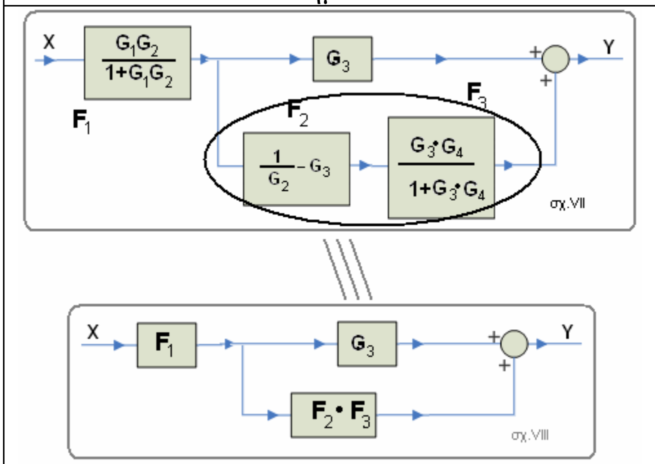
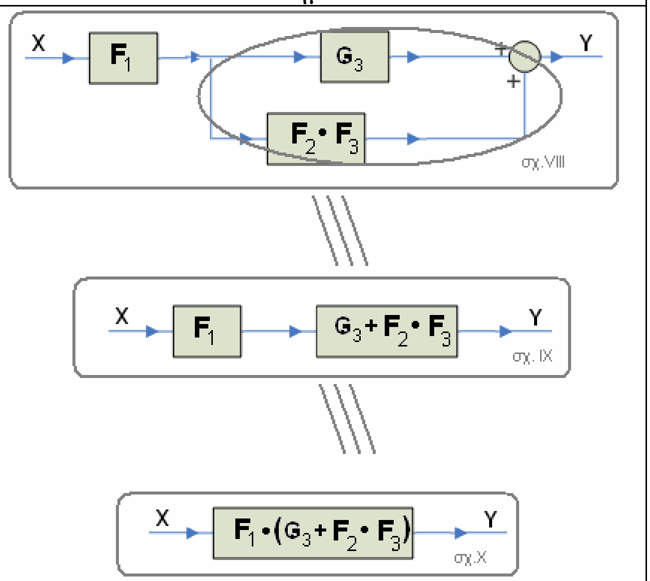
Βήμα 3



Βήμα 4



Βήμα 5	Βήμα 6
	

Βήμα 7	Βήμα 8
	

$$F_1 = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \qquad F_2 = \frac{1}{G_2} - G_3 = \frac{1 - G_2 \cdot G_3}{G_2} \qquad F_3 = \frac{G_3 \cdot G_4}{1 + G_3 \cdot G_4}$$

Κάνοντας πράξεις υπολογίζουμε την τελική συνάρτηση μεταφοράς.

$$F_1 = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \qquad F_2 = \frac{1}{G_2} - G_3 = \frac{1 - G_2 \cdot G_3}{G_2} \qquad F_3 = \frac{G_3 \cdot G_4}{1 + G_3 \cdot G_4}$$

$$G_o(s) = F_1 \cdot \left(G_3 + F_2 \cdot F_3\right) = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \cdot \left(G_3 + \frac{1 - G_2 \cdot G_3}{G_2} \cdot \frac{G_3 \cdot G_4}{1 + G_3 \cdot G_4} \right) \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \cdot \left(G_3 + \frac{G_3 \cdot G_4 - G_2 \cdot G_3{}^2 \cdot G_4}{G_2 + G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \right) \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \cdot \left(\frac{G_3 \cdot G_2 + G_2 \cdot G_3{}^2 \cdot G_4 + G_3 \cdot G_4 - G_2 \cdot G_3{}^2 \cdot G_4}{G_2 + G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \right) \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \cdot \frac{G_3 \cdot G_2 + G_3 \cdot G_4}{G_2 + G_2 \cdot G_3 \cdot G_4} \Rightarrow$$

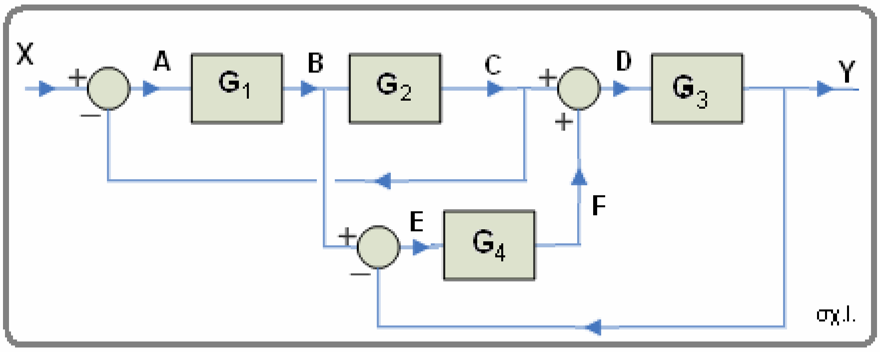
$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 \cdot G_2} \cdot \frac{G_3 \cdot \left(G_2 + G_4\right)}{G_2\left(1 + G_3 \cdot G_4\right)} \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_3 \cdot \left(G_2 + G_4\right)}{\left(1 + G_1 \cdot G_2\right) \cdot \left(1 + G_3 \cdot G_4\right)}$$

$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_3 \cdot \left(G_2 + G_4\right)}{\left(1 + G_1 \cdot G_2\right) \cdot \left(1 + G_3 \cdot G_4\right)}$$

Αναλυτική εύρεση της συνάρτησης μεταφοράς.

Στην συνέχεια θα επιλύσουμε αναλυτικά ώστε να βρούμε την συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος,



Αναλύοντας το σύστημα και με βάση το σχήμα Ι προκύπτει,

$$Y = D \cdot G_3 \Rightarrow Y = (C + F) \cdot G_3 = (B \cdot G_2 + E \cdot G_4) \cdot G_3 = B \cdot G_2 \cdot G_3 + E \cdot G_4 \cdot G_3 \Rightarrow$$

$$Y = A \cdot G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + (A \cdot G_1 - Y) \cdot G_4 \cdot G_3 = A \cdot G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + A \cdot G_1 \cdot G_4 \cdot G_3 - Y \cdot G_4 \cdot G_3 \Rightarrow$$

$$Y = A \cdot (G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G_3) - Y \cdot G_4 \cdot G_3 \Rightarrow$$

$$Y + Y \cdot G_4 \cdot G_3 = A \cdot (G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G_3) \Rightarrow$$

$$Y(1 + G_4 \cdot G_3) = A \cdot (G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G_3) \Rightarrow$$

$$Y(1 + G_4 \cdot G_3) = A \cdot (G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G_3) \qquad (1)$$

$$A = X - C \Rightarrow A = X - A \cdot G_1 \cdot G_2 \Rightarrow$$

$$A + A \cdot G_1 \cdot G_2 = X \Rightarrow$$

$$A(1 + G_1 \cdot G)_2 = X \Rightarrow$$

$$A = \frac{X}{(1 + G_1 \cdot G_2)} \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{1\&2} Y\left(1 + G_4 \cdot G_3\right) = \frac{X}{\left(1 + G_1 \cdot G_2\right)} \cdot \left(G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G_3\right) \Rightarrow$$

$$Y\left(1 + G_4 \cdot G_3\right) = X \cdot \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G}{\left(1 + G_1 \cdot G_2\right)} \Rightarrow$$

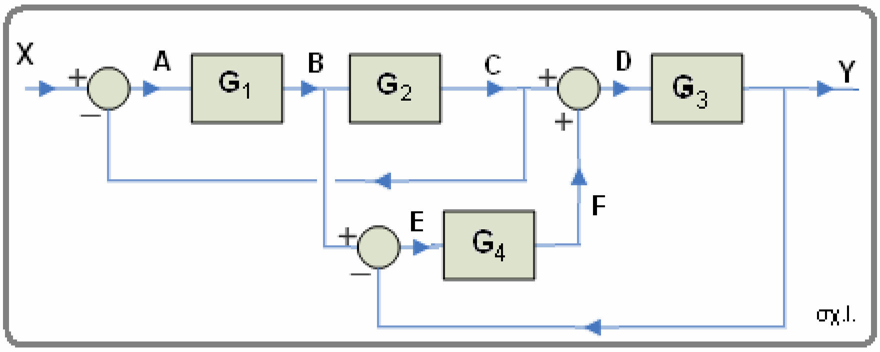
$$Y = X \cdot \frac{G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 + G_1 \cdot G_4 \cdot G_3}{\left(1 + G_4 \cdot G_3\right) \cdot \left(1 + G_1 \cdot G_2\right)} \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{Y}{X} = \frac{G_1 \cdot G_3\left(G_2 + G_4\right)}{\left(1 + G_4 \cdot G_3\right) \cdot \left(1 + G_1 \cdot G_2\right)} \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{G_1 \cdot G_3\left(G_2 + G_4\right)}{\left(1 + G_3 \cdot G_4\right) \cdot \left(1 + G_1 \cdot G_2\right)}$$

επιβεβαιώνουμε το αποτέλεσμα, του προηγούμενου βήματος.

Εύρεση της συνάρτησης μεταφοράς με βάση τις επί μέρους συναρτήσεις των βαθμίδων.



$$G_o(s)=\frac{G_1\cdot G_3(G_2+G_4)}{(1+G_3\cdot G_4)\cdot(1+G_1\cdot G_2)}$$

$$G_1(s)=\frac{n^*}{s+2}\qquad G_2(s)=\frac{m}{s+4}^{**}\qquad G_3(s)=\frac{2}{s+4}\qquad G_4(s)=\frac{n^*}{s^2+4\cdot s+n^*}$$

Δίνεται:

n=len(πρέκας)=6 len(κλεάνθης)=8

οπότε

$$G_1(s)=\frac{6}{s+2}\qquad G_2(s)=\frac{8}{s+4}\qquad G_3(s)=\frac{2}{s+4}\qquad G_4(s)=\frac{6}{s^2+4\cdot s+6}$$

Αντικαθιστώντας στην συνάρτηση του συστήματος έχουμε.

$$G_o(s)=\frac{\frac{6}{s+2}\cdot\frac{2}{s+4}\cdot\left(\frac{8}{s+4}+\frac{6}{s^2+4\cdot s+6}\right)}{\left(1+\frac{2}{s+4}\cdot\frac{6}{s^2+4\cdot s+6}\right)\cdot\left(1+\frac{6}{s+2}\cdot\frac{8}{s+4}\right)}\Rightarrow$$

$$G_o(s)=\frac{\frac{12}{(s+2)\cdot(s+4)}\cdot\left(\frac{8\cdot s^2+32\cdot s+48+6\cdot s+24}{(s+4)\cdot(s^2+4\cdot s+6)}\right)}{\left(1+\frac{12}{(s+4)\cdot(s^2+4\cdot s+6)}\right)\cdot\left(1+\frac{48}{(s+2)\cdot(s+4)}\right)}\Rightarrow$$

$$G_o(s)=\frac{\frac{12}{(s+2)\cdot(s+4)}\cdot\left(\frac{8\cdot s^2+38\cdot s+72}{(s+4)\cdot(s^2+4\cdot s+6)}\right)}{\left(\frac{(s+4)\cdot(s^2+4\cdot s+6)+12}{(s+4)\cdot(s^2+4\cdot s+6)}\right)\cdot\left(\frac{(s+2)\cdot(s+4)+48}{(s+2)\cdot(s+4)}\right)}\Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{12 \cdot \left(8 \cdot s^2 + 38 \cdot s + 72\right)}{\left[(s+4) \cdot \left(s^2 + 4 \cdot s + 6\right) + 12\right] \cdot \left((s+2) \cdot (s+4) + 48\right)} \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{\left(96 \cdot s^2 + 456 \cdot s + 864\right)}{\left[s^3 + 4 \cdot s^2 + 6 \cdot s + 4 \cdot s^2 + 16 \cdot s + 24 + 12\right] \cdot \left(s^2 + 4 \cdot s + 2 \cdot s + 8 + 48\right)} \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{\left(96 \cdot s^2 + 456 \cdot s + 864\right)}{\left(s^3 + 8 \cdot s^2 + 20 \cdot s + 36\right) \cdot \left(s^2 + 6 \cdot s + 56\right)} \Rightarrow$$

$$G_o(s) = \frac{96 \cdot s^2 + 456 \cdot s + 864}{s^5 + 8 \cdot s^4 + 20 \cdot s^3 + 6 \cdot s^4 + 48 \cdot s^3 + 60 \cdot s^2 + 216 \cdot s + 56 \cdot s^3 + 504 \cdot s^2 + 1120 \cdot s + 2016}$$

$$G_o(s) = \frac{96 \cdot s^2 + 456 \cdot s + 864}{s^5 + 14 \cdot s^4 + 124 \cdot s^3 + 564 \cdot s^2 + 1336 \cdot s + 2016} \Rightarrow$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι.

$$G_o(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{96 \cdot s^2 + 456 \cdot s + 864}{s^5 + 14 \cdot s^4 + 124 \cdot s^3 + 564 \cdot s^2 + 1336 \cdot s + 2016}$$

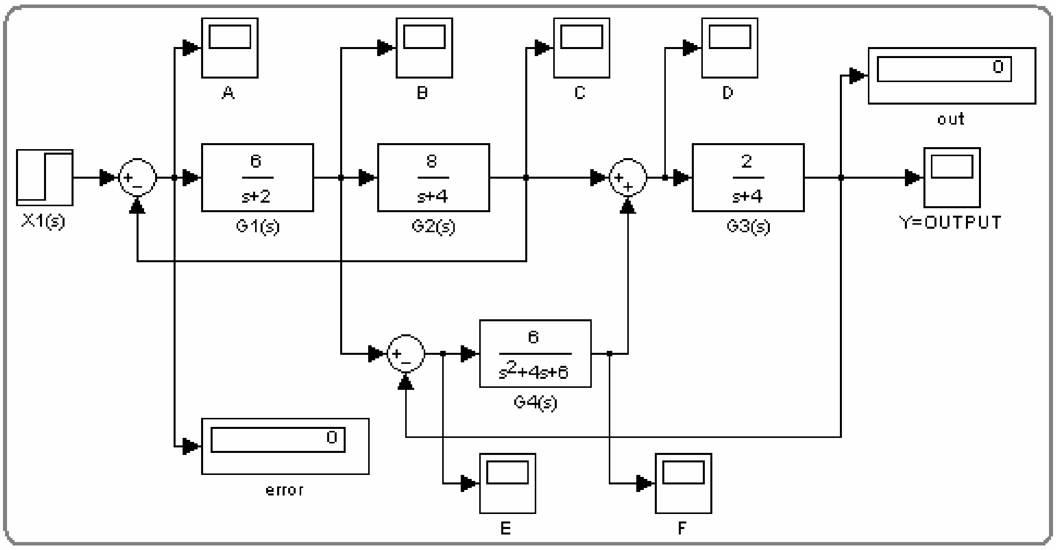
Η τελική τιμή στην μόνιμη κατάσταση της εξόδου είναι:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{96 \cdot s^2 + 456 \cdot s + 864}{s^5 + 14 \cdot s^4 + 124 \cdot s^3 + 564 \cdot s^2 + 1336 \cdot s + 2016} \Rightarrow$$

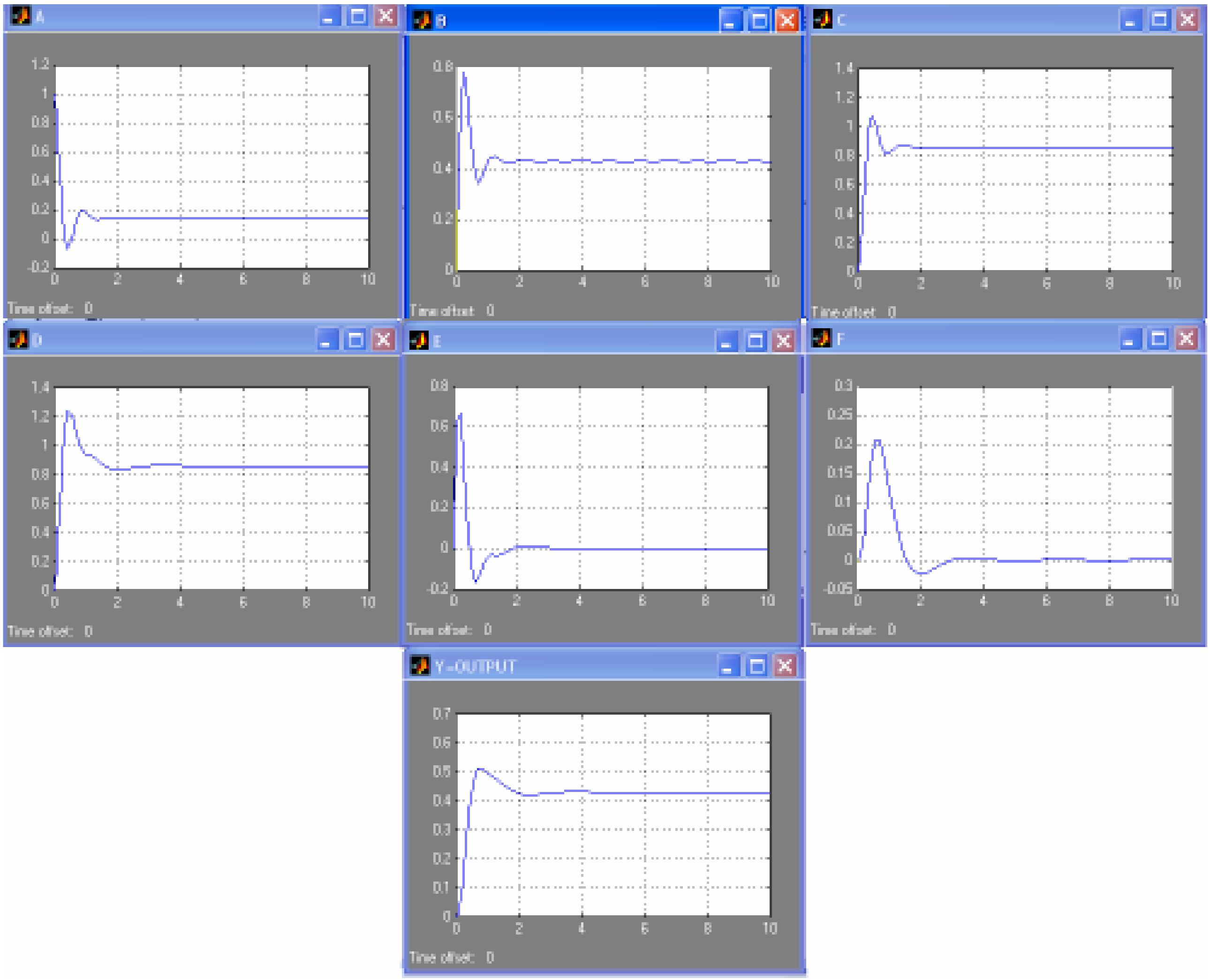
$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \frac{864}{2016} = \frac{3}{7} \Rightarrow$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0.4285$$

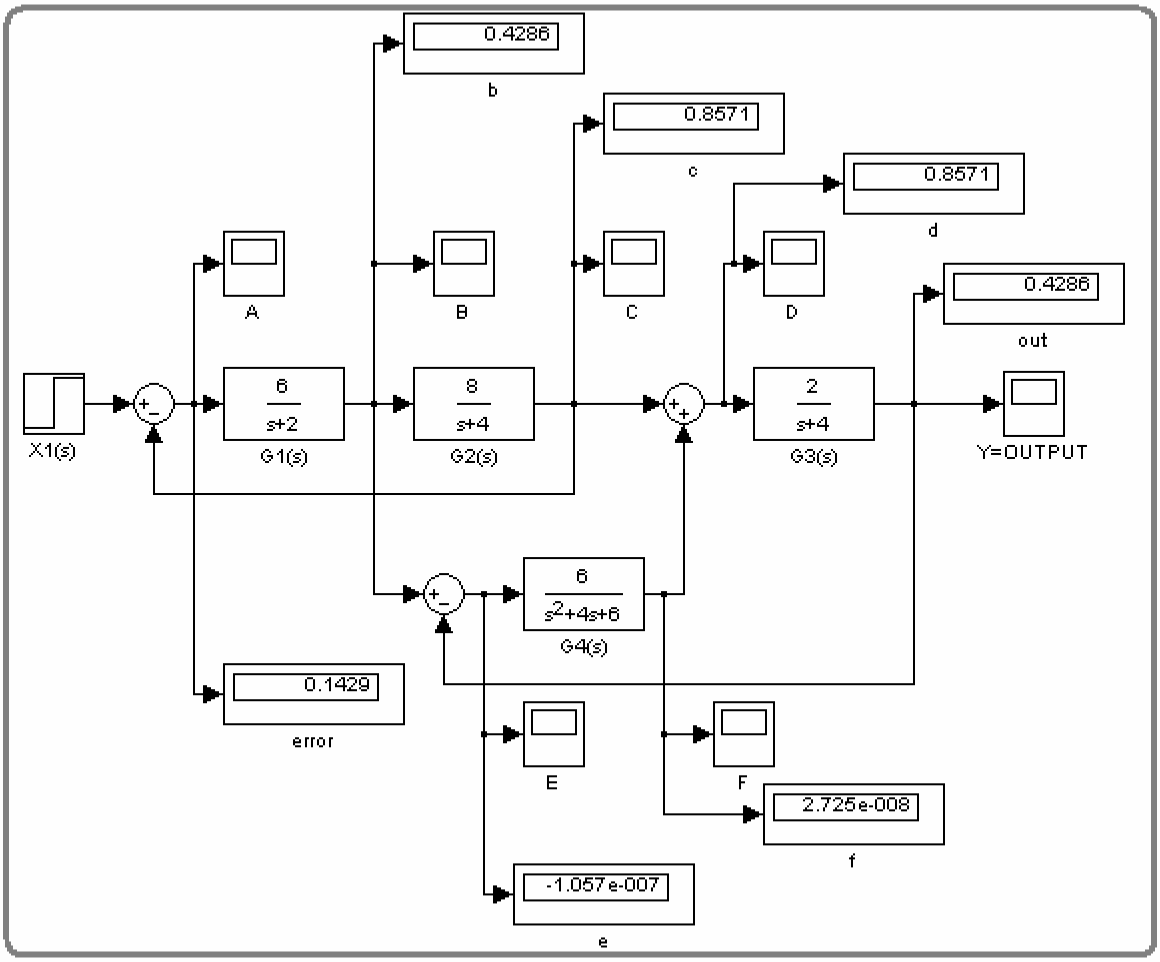
Χρησιμοποιώντας το Simulink δημιουργούμε το μοντέλο του επόμενου σχήματος.



Οι καταγραφές στα διάφορα σημεία φαίνονται στις επόμενες εικόνες.



Τοποθετώντας στο μοντέλο και ενδείκτες στάθμης *(βολτόμετρα!!)* παίρνουμε τις τιμές στην μόνιμη απόκριση στις εξόδους των βαθμίδων.



Συμπεράσματα:

1. Οι βαθμίδες $G_1(s)$ και $G_2(s)$ αποτελούν ένα σύστημα δεύτερης τάξης.
2. Η βαθμίδα $G_4(s)$ επηρεάζει μόνο την μεταβατική κατάσταση και κάνει πιο γρήγορο το σύστημα.
3. ……..
4. …….